

# 2020 年国家天文台博士开题报告

## 太阳磁场外推模型中的数学方法

答辩人: 张尧 导师: 徐龙 研究员

太阳活动预报团组

2020 年 12 月 24 日



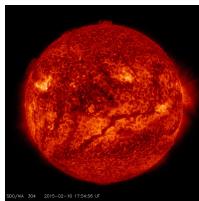
- 1 个人简介
- 2 选题的背景及意义
- 3 国内外发展现状与趋势
- 4 研究内容和预期目标
- 5 研究工作计划
- 6 参考文献

- ① 2014 年深圳大学数学系本科毕业, 论文指导教师: 邓娟 老师
- ② 2019 年深圳大学数学系硕士毕业, 指导教师: 李敏 老师
- ③ 2023 年 (Expected) 国台博士毕业, 指导教师: 徐龙 老师

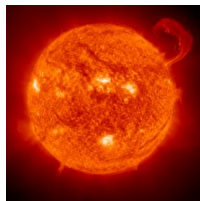
# 选题的背景及意义



(a) CME



(b) Filament



(c) Flare

Figure 1: 太阳活动

日冕物质抛射, 暗条爆发, 耀斑 等太阳活动现象被认为是存储在日冕中的磁场自由能突然释放的结果, 因此太阳活动预报工作需要了解日冕磁场的三维信息.

尽管近几十年在日冕磁场测量方面有了巨大的进展, 但还不能开展常规日冕场测量. 当前常规高精度的太阳磁场测量仍局限在光球层, 因而以观测光球的磁图作为边界条件下外推日冕磁场是获取日冕磁场三维信息的一种有效方法.

辛

磁场外推依赖于刻划太阳磁场的近似微分方程, 它的形式如下:

$$\nabla \times B = \alpha(r) B, \quad \nabla \cdot B = 0 \quad (1)$$

$\alpha(r)$  取值不同, 加上不同的边界条件, 可以分别刻划不同的无力场磁场模型.

- $\alpha(r)$  为零, 不能导致太阳活动爆发现象,  $\alpha$  为非零常数与  $\alpha$  在活动区中有变化不符.
- 非线性无力场可以克服上述两种无力场模型的缺点.

计算非线性无力场的计算方法主要有:

- [Yan et al, 1997] 提出的边界积分法
- [Wheatland et al, 2000] 提出的引入参数的优化方法
- [Grad et al, 1958] 提出的 Grad-Rubin 方法
- [McClymont et al, 1994] 提出的通过求解 MHD 方程组来获得非线性无力场等

非线性无力场磁场外推受限于存在洛伦兹力的光球磁场, [Hu et al, 2008] 提出了基于直角坐标系日冕磁场的的外推方法, 包含了洛伦兹力.

# 国内外发展现状与趋势

- ① 随着压缩感知和稀疏表示理论的发展, 这些理论被引入到求解大规模线性方程组的问题.
- ② 随着人工智能技术的发展, 深度学习渐渐成为科学研究的有力工具, 深度学习是机器学习中基于统计学 (即物理规律) 的计算方法之一.

[Bar-Sinai et al, 2019] 提出了数据驱动的 PDE 离散化方法, 通常离散化方法包括有限差分, 有限元, 边界元, 变分法等.

[Rosofsky et al, 2020] 提出了人工神经元在求解 MHD 方程组中的应用.

## 1. 提出边界积分法数值解的快速算法

在求解常  $\alpha$  无力场模型, [Yan, 1995] 通过边界元离散化, 归结成求解线性方程组:

$$G_N Q = B \quad (2)$$

其中  $G_N$  是稠密矩阵,  $N$  是边界区域上离散节点的个数,  $B$  是对应于边界的三个列向量,  $Q$  是对应边界法向导数的三个列向量.

我们将使用改进版压缩感知的技术求解方程 2, 减少计算复杂度, 提高算法的鲁棒性.



## 2 讨论部分太阳磁场外推方法数值解的收敛性与唯一性问题

在磁场外推工作中，研究人员提出数值算法在计算的过程中，一些算法存在：

- ① 不收敛
- ② 收敛慢
- ③ 解不唯一
- ④ 解不鲁棒

我们将尝试使用积分算子和数值计算的技巧部分解决上述问题。

## 3 提出基于数据驱动模型以刻画太阳磁场结构的近似微分方程

我们将建立数据驱动的微分方程组, 形式如下:

$$\begin{aligned}\nabla \times B - \alpha(r) B + R_1 &= 0 \\ \nabla \cdot B + R_2 &= 0 \\ I.C. \quad \& \quad B.C.\end{aligned}\tag{3}$$

其中  $R_1$  和  $R_2$  是数据驱动得到部分, 使得 3 可以更好地近似刻画太阳磁场的结构.

我们将使用机器学习算法求解 3, 结合观测数据修正我们的模型.

- ① 收集整理近似刻划太阳磁场的微分方程, 结合太阳活动数据理解其背后的物理意义.
- ② 分析和修正部分磁场外推工作中的数值计算方法.
- ③ 建模近似刻划太阳磁场的微分方程并求解该模型, 与观测数据相结合分析数值解的数学和物理性质.

# References



Y. Hu, X. Feng, S. Wu, and W. Song (2008), Three-dimensional MHD Modeling of the Global Corona Throughout Solar Cycle 23, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol113(A3) 2008.



Y. Yan and T. Sakurai (1997), Analysis of it YOHKOH SXT Coronal Loops and Calculated Force-Free Magnetic Field Lines from Vector Magnetograms, *Solar Physics*, Vol174:65-71, 1997.



M. Wheatland, P. Sturrock and G. Roumeliotisi (2000), An Optimization Approach to Reconstructing Force-free Fields, *Astrophysical Journal*, Vol540(2):1150-1155,2000.



H. Grad and H. Rubin (1958), Hydromagnetic Equilibria and Force-Free Fields, *Proceedings of the 2nd UN Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy*, Vol31:190,1958.



A. McClymont and Z. Mikic (1994), Thickness Variations along Coronal Loops Inferred from Vector Magnetograph Data, *Astrophysical Journal*, Vol422:899,1994.



Y. Yan (1995), The 3-D Boundary Element Formulation of Linear Force-free magnetic fields with finite energy content in semi-infinite space, *Solar Physics*, Vol159:97-113, 1995.



Y. Bar-Sinai, S. Hoyer, J. Hickey and M. Brenner (2019), Learning data-driven discretizations for partial differential equations, *National Academy of Sciences*, Vol116:31,2019.



S. Rosofsky and E. Huerta (2020), Artificial neural network subgrid models of 2D compressible magnetohydrodynamic turbulence, *Physical Review D*, Vol101:20,2020.



Thank you!

