「有些事現在不做, 以後也不會做了!」這是一個法律系學生熱血前進數學的故事, 在他眼中, 法律與數學並沒有那麼的不同.

尋找狐狸的足跡

戴佳原

國一時我一直不明白為什麼 $x+2=3$ 會得到 $x=1$, 而不是 $x=x$ 這個不言自明的答案. 更不明白為什麼當我這樣回答, 考試總是零分. 我的疑惑, 那時沒有人能解答. 直到有一次家政老師看我在算數學, 她和許多人一樣, 也不懂為什麼我不會那麼簡單的問題, 但不一樣的是, 她很大方地嘲笑我, 而我哭了, 但命運很奇妙, 我從此就會了.

後來, 我讀了些數學哲學, 知道人類從數覺 (如一隻羊) 到數 (如抽象的 1), 從結繩到符號, 必須經歷幾萬年的演化. 才知道當時在我的生命中也經歷了演化, 雖然只有幾個月, 但已讓我如此強烈地意識到數學的存在.

高中, 不知是否因為經歷某種佛洛依德式的不滿足, 我變得擅長操弄符號, 加上一點耐心, 成為了解題能手. 某次高二數學課, 老師透過矩陣求解一般線性方程組, 我看著黑板上的 x, y 和 z, 突然想起國中懵懂的自己, 再想起現在卻能處理那麼多未知數, 不禁激動難以自已.

人生許多選擇, 探尋到最, 驀然回首, 都是這些回憶碎片.

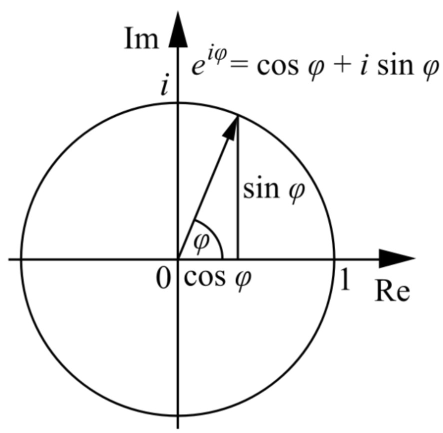
我曾申請台大數學系, 但感謝神, 我落榜了. 原本父母希望我去念森林系, 因為他們認為我是個太「條直」的孩子, 比較適合去跟樹在一起. 不過最後我透過指考進入了台大法律系. 不知為何, 我對數學念念不忘, 於是大二時申請了雙主修數學系, 因此我常自嘲為「法數系」學生. 有些法律系同學認為法律跟數學很不「搭」, 甚至認為既然都讀法律, 就不再需要數學或科學. 然而, 我認為人類事務極其複雜多元, 法學在知識面上不可避免地要與哲學, 政治學, 經濟學, 社會學, 甚至自然科學「先衝突後整合」, 才能妥善處理各種紛爭. 這種體認不但是我選擇法律系的初衷, 也促使我思考如何在近代學科專業分化的趨勢中, 提醒自己保持寬闊開放的學術心胸. 為此, 當時年輕狂妄的我, 琅琅上口「法律數學本一家」, 理所當然引起不少質疑.

為了證明自己是對的, 我研讀一些「學術史」方面的書籍, 了解數學 (或數學哲學) 在啟蒙時代後引起方法論的風潮, 例如 Bentham 相信功利主義, 想建立「快樂的微積分」來分析如何極大化社會福利; 美國憲法具有數學公理化演繹邏輯的風格; 在自然法與純粹法學的概念中也可看到數學的影子. 直到現在,「非線性」,「蝴蝶吸子」,「混沌」和「拓樸」等數學術語也納入刑法學, 哲學和歷史學關於因果關係的討論. 當然, 以上例子無法充分釐清「法律數學本一家」中「本一家」一語所具備的歧義性, 而學科術語跨界混用也值得省思, 但一路走來, 我始終相信, 積極開放心胸會讓學術生命將更為豐富.

並不孤獨

讀過歷史上許多數學家的學思經歷之後, 我發現兼具法律與數學訓練的人其實不少! 例如笛卡兒 René Descartes 是法學博士, 是律師; 費馬 (Pierre de Fermat), 萊布尼茲 (Gottfried Leibniz) 也是律師, 萊布尼茲（大學主修法學; 惠更斯 (Christiaan Huygens) 大學主修法律與數學; 魏爾斯特拉斯 (Karl Weierstrass) 承父命在大學主修法律與財政, 但為了數學, 據說他寧可酗酒, 向他父親抗議. 他們出入於法律與數學之間, 讓我知道自己並不孤獨.

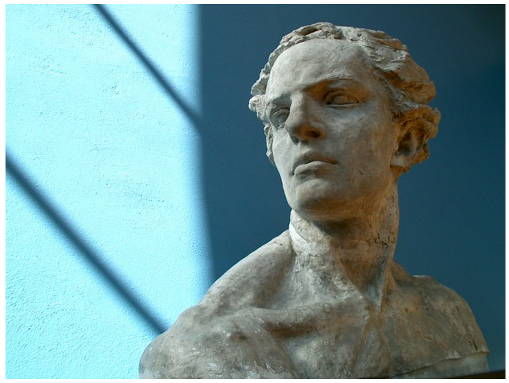
但到底是什麼吸引我的這些「法數系」學長們如此熱愛數學, 甚至奉獻一生? 從真善美的角度, 我認為, 數學「公理化演繹邏輯」的方法論能產生其他學科無法擁有的「確定性」. 為此, 數學思考近似接觸真理, 數學證明則等同發現真理. 另外, 數學總散發著一種簡潔純粹的美感, 例如我最喜歡的 Euler 公式: $e^{i\pi}+1=0$, 一個簡單等式結合了加法, 乘法和指數律等常見運算, 以及 Euler 數 e, 虛數 i, 圓周率, 乘法單位元素 1 和加法單位元素 0 等宇宙中最重要的幾個常數.



Euler 公式

然而, 數學很美, 數學也很難, 抽象的符號系統是數學「冷峻」的一面, 也是不少人「害怕」數學的源由. 不過, 只要回想幾世紀前的數學家們以藝術看待數學, 並認為數學能發現預測宇宙規律, 榮耀創造萬物的上帝, 或許「冷峻」就只是真理之門前的大理石雕像, 要人們心懷敬虔而謙遜. 至於善, 數學在所不問, 所以數學「可能無益, 但絕對無害」. 拿著紙筆, 讓心靈依循著直覺前進, 透過邏輯一步步整理足跡, 直至真理之門, 多麼自由與和平!

雙主修數學系後, 我得以比較中學數學與高等數學的異同. 解題是數學的核心, 中學數學著重計算, 題意, 條件與答案明確, 只要看清一兩個「眉角」加上些許耐心即可駕輕就熟. 高等數學則著重證明, 透過各種數學結構的細膩分析來「一網打盡」相關問題. 例如為了處理極值問題, 中學數學發展出算幾不等式及柯西不等式, 但只能處理一小類問題. 微分學的極值檢定法, 則幾乎能處理各種極值問題. 不過事實上, 不論在中學或大學, 類推比較, 以簡御繁及分類化約一直是我們處理數學問題的基本思維, 只是高等數學需要更細膩的觀察, 更神妙的巧思以及更繁複的運算. 以類推比較為例, Fourier 級數中的 Parseval 等式是中學畢式定理的類推, 然而, 類推的過程絕對是數學家們充滿挫折



奧斯陸的阿貝爾像

的奮鬥史.

為什麼高等數學需要更多奮鬥? 原因在於「面對無窮」並「馴服無窮」是高等數學永恆的任務. 以積分學為例, 為了計算曲形面績 (如橢圓面積), 由於線形. 面積 (如矩形面積) 計算容易, 透過以簡御繁的思維, 我們會用數個線形面積的總和去「逼近」曲形面積, 再論證當線形越來越多, 則所有線形面積的總和會「等於」曲形面積, 而非逼近. 以上論證的關鍵處是「無窮過程」, 亦即「從有窮到無窮的飛躍」如何成立! 數學史告訴我們, 從古希臘時代就有「無窮的恐懼」, 而近現代, 無窮級數的收斂性是分析學的基本問題, 無窮的分類則豐富了拓樸學, 許多由無窮產生的悖論一直是惱人而重要的數學問題, 直到兩千多年後, 本世紀六〇年代的非標準分析學才真正馴服無窮.

我的數學思想史

猶記得那天早晨天氣晴朗, 在新數 101 教室, 林紹雄老師證明高等微積分的 Heine-Borel 定理. 當證明寫完後, 我感動到不可自禁地驚呼:「人類怎麼想得出來!」而且, 老師說數學界花了三十年才發現並證明這個定理. 那時, 我告訴自己, 一定要發掘這三十年來數學家們探索的過程, 因為人類挑戰了看似不可能的事物. 為此, 我開始研讀數學史, 先反思微積分學的發展, 發現教科書的內容次序:「極限 → 連續 → 微分 → 積分」, 竟然與數學史「積分 → 微分 → 連續 → 極限」的發展背道而行! 我意識到原來文章書籍的「邏輯理路」(way of logic)) 與數學思考的「探索理路」(way of discovery) 可以如此不同. 當然, 邏輯理路直接明快, 像食譜一樣, 學習者一步步照做即可, 但缺點是常常覺得「天外飛來一筆」. 至於探索理路, 葛兆光先生的 « 中國思想史 » 給我不少指引, 他認為在思想史研究中, 展現知識積累與發展的「加法」固然重要, 然而, 找回思想被刪減隱沒的「減法」更有啟發. 阿貝爾 (Niels Henrik Abel) 曾形容高斯 (Carl Friedrich Gauss) 像一隻狡猾的狐狸, 在沙漠上一面行走, 一面用尾巴抹掉足跡, 探索理路就是「重現」被抹去的足跡, 這就是我的數學夢, 我的「數學思想史」!

於是, 我決定報考數學研究所, 不少人關心我, 提醒法律系出路較為寬廣. 不過, 或許受到影片 « 練習曲 » 中那句話的鼓舞:「有些事現在不做, 以後也不會做了!」我相信, 走上數學之路的決斷, 我不會後悔.

就讀數學研究所那兩年, 我不再擁有法律與數學的「雙重身份」, 我必須完全獻身在「典範」中. 我的碩士論文以生態學上的反應擴散方程為主題, 她是一份不錯的文獻回顧, 因為我盡可能以探索理路的方式呈現, 雖然我曾努力, 想要發現屬於自己的命題與證明. 在碩士階段, 我深刻體會到「研讀數學」跟「研究數學」是兩回事, 以及研究數學思想史之前, 必須先精通數學.

夢想之路上有時花朵繽紛, 有時荊棘坎坷, 但我的神, 我的數學夢引領我, 即使迷霧重重, 我仍能大步前行. 如今我在服兵役, 退伍後即將去柏林自由大學參加數學博士班面試. 未來充滿可能性, 而我還年輕!

作者簡介

戴佳原, 台灣大學法律系法學組 92 級, 台灣大學數學研究所畢業, 2017 年於柏林自由大學博士學位, 现供職國家理論中心, 兼任台大數學系助理教授.

他的自述:「去年新訓, 常常得在嘉義的美麗夕照下, 全副武裝持槍肅站重覆背頌國軍準則, 而那時, 我的心中是滿滿地渴望留學德國, 鐵馬環球與當好爸爸.」

「It is the most intricate which leads to the utter simplicity of a tune.」